初等教育段階における“正・負の数”の教材開発(その 1)

小田翔吾
(京都教育大学大学院生)

河崎哲嗣
(園田学園女子大学)

渡邉伸樹
(京都教育大学)

Development of teaching materials of “The number of positive and negative” in elementary schools(1)

Shogo ODA　Tetsushi KAWASAKI　Nobuki WATANABE

2011 年 11 月 30 日受理

抄録：本研究では，小学校高学年段階における正負の数に関するカリキュラム開発を行うことを目的とし，小学校高学年でどのような教育を行えば，現在の子どもにとって有効であるかを検討する。そこで，本稿では正負の数の教育の歴史的変遷・先行研究・諸外国の教育・認識調査・教育実験など，これらの分析から小学校高学年段階において期待される正負の数の指導と教育の可能性を考察した。その結果，小学校高学年から正負の数の教育の可能性が認められ，また，開発した教材に一定の有効性が示唆された。

キーワード：正負の数，小学校高学年，抽象的思考，子どもの認識

Ⅰ．はじめに

現在，正負の数の学習は，小学校算数科から中学校数学科へ移行して，はじめに学習する単元「正の数・負の数」で扱われる。したがって，小学校算数科における具体的・日常的な学習から，中学校数学科における抽象的な学習に移行する上で重要な学習であると考えられる。また，日常生活において，気温の前日比や水位など様々な場面で正負の数に接し，数学の内容の系統においても，ベクトル・方程式・関数など様々な内容で必要となる。このように，正負の数の学習は，小学校算数科から中学校数学科へスムーズに移行するためや日常生活，数学の系統性の点においても重要であるといえる。

しかし，現在の中学生の正負の数の理解度をみると，正負の数の意味(基準との違いを正負の数で表現する問題)の正答率が 42.2%，正負の数の四則混合計算(6-(-4)×2)の正答率が 54%であり，理解が十分であるとはいえない現状である[註1]。また，算数科の学習から数学科の学習への移行に関して渡邉(2011)は，「本来 2nd Stage(小学校 5 年～中学校 1 年)では子どもが具体的思考から抽象思考へ移行すると考えられるため，この段階で連携を意識した的確な指導が必要なはずである。しかし，学校制度(教科書の分離と教員の分離)の影響が大きく，なかなか根本的な解決にはなっていないのが現状である」と述べ，小学校高学年段階で，抽象的な学習を行う必要性を示唆している。実際に，渡邉(2010)は，「高学年で，負の整数の簡単な四則計算まで導入することが望まれる」とも述べている。

これらのことから，小学校高学年段階から子どもの認識発展を意識し，段階的に正負の数の教育を行うことが効果的であると考えられる。実際に，アメリカ，ドイツの一部の州では，小学校 5 年生で整数の四則計算を学習し，小学校 6 年生では有理数の四則計算を学習している。

そこで，本研究では，現在の子どもに見合った(ここでは小学校高学年から抽象的な思考を獲得させることを意識した)正負の数のカリキュラム開発を行うことを目的とする。本稿では，正負の数の扱われ方の歴史的変遷・

先行研究・諸外国の教育・認識調査・教育実験などを分析することにより，小学校高学年段階において期待される正負の数の指導と教育の可能性を考察する。

Ⅱ．期待される正負の数の指導

現在，正負の数の計算の学習は中学校1年生で行われ，その扱われ方の多くは，数直線を用いる方法・現実モデルを用いる方法・帰納的な説明による方法である(Fig.1)。この扱われ方は，学習指導要領が作成されてからの過去の教育の歴史的変遷を見ても同様であり，学習する学年を変えているだけである。

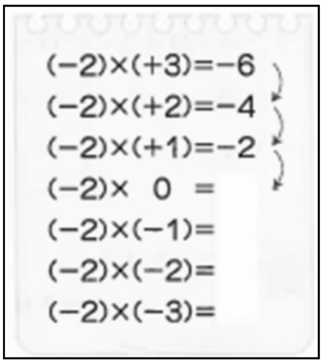

Fig.1:負の数×負の数の帰納的な説明を用いる方法(岡本他，2009，p29)

このような日本における正負の数の扱いに対して，杉山(2002)は,「抽象的な数の学習をする場合，それが使われる具体的事象で考えるだけでは限界がある。」と述べている。また，渡邉(2010)も，「『借金×借金がなぜ借金にならないの？』といったように具体的に考えるとより理解が困難になる場合がある。」と述べており，“現実モデルを用いた方法”で導入を行うことに対して，問題が所在していることが考えられる。また，渡邉(2010)は，抽象思考段階にある子どもにとって,「(負の数)×(負の数)を帰納的に証明しているが生徒には理解しやすいとは言い難い。」と述べ，“帰納的な説明による方法”で導入を行うことに対して，子どもの認識発展に見合っていないことが考えられる。

以上のような問題点の打開策として，小学校高学年段階において，正負の数の四則計算を“代数的な説明による方法”で導入を行い，その後，“帰納的な説明”や“現実モデルを用いた説明”，“数直線を用いる説明”を行うことが有効であると考えられる。この指導に関して，杉山(2006)は「どちらをひっくりかえすのか，どちらの符号をかえるのかということをいちいち覚えておかなくてもすむ。…中略…少しのことを覚えておくだけで数学を作り出すことができる。」と,“代数的な説明による方法”が有効であることを述べている。実際に，渡邉(2006)は,「分数の乗除計算」を小学校6年生に“代数的な説明による方法”で導入することが効果的であり，実践可能であることを示唆している。また，渡邉(2010)は,「分数の乗除計算」や「文字式の主格変換」を，小学校高学年の子どもに代数的に指導することで，抽象思考が養われ，抽象思考獲得段階の子どもにとって妥当な教育内容であることを示唆している。また，ドイツのGymnasiumにおいて，第5学年で（負の数）×（負の数）＝（正の数）の代数的な説明が扱われており，日本においても小学校高学年から実践可能であると考える(Fig.2)。

Multiplikation zweier negativer Zahlen

Wegen $(-3)\cdot 0 = 0$ ist $(-3)\cdot[(+4)+(-4)] = 0$, nach dem Distributivgesetz ist also auch

$$(-3)\cdot(+4) + (-3)\cdot(-4) = 0$$

oder $$(-12) + (-3)\cdot(-4) = 0.$$

Dies zeigt, dass $(-3)\cdot(-4)$ die Gegenzahl von (-12) ist, d. h.:

$$(-3)\cdot(-4) = +12.$$

Das Produkt zweier negativer Zahlen ist **positiv**.

Fig.2：ドイツのGymnasiumの第5学年の教科書(August Schmid et al.,2003,p132)

Ⅲ．認識調査について

Ⅱで示した指導が実際に日本の子どもに実践可能かどうかを検証するために，まずは，正負の数に関する子どもの認識を調べる必要がある。そこで，以下では小学校 5 年生を対象とした調査結果とその考察を述べる。

【調査の概要】

目的：現在の小学校高学年の子どもは，正負の数を習っていない。しかし，生活経験などの影響から，正負の数に対して何かしらの認識を持ち合わせていることが予想される。そこで，本調査では，正負の数に対して児童がどのような認識を持っているかを探ることを目的とする。

対象：京都府公立小学校 5 年生(19 名)

時期：2011 年 8 月 1 日

方法：質問紙による一斉調査で調査時間は 20 分である。

内容(観点)：①マイナスの言葉，②正負の数の大小，③正負の数の加法，減法，④正負の数の乗法

結果・考察：調査観点ごとの結果と考察は次のとおりである。

1. マイナスの言葉

「マイナスを知っているか」，また「マイナスはどのような時に聞いたことがあるか」についての問題を問うた。調査の結果，「マイナスを知っている」と答えた子どもの割合は 73.7%であった。また，マイナスを「気温，点数，悪い言葉として聞いたことがある」と答えた子どもの割合はそれぞれ 31.6%，21.1%，36.8%であった。これらのことから，正負の数を習っていない小学校 5 年生の多くは，生活経験からマイナスという言葉を聞いたことがあり，気温や点数，悪い言葉といった様々な捉え方を持っていることがわかる。

2. 正負の数の大小

「生活経験から正負の数の大小判断がどの程度可能であるか」についての問題を問うた。数，気温，水位を題材とする問題において，次のようなことが分かった。調査の結果，数，気温，水位が題材の問題における異符号の大小(絶対値が正の数の方が大きい場合)の問題の正答率が，いずれも 100.0%であった。また，数，気温，水位が題材の問題における異符号の大小(絶対値が負の数の方が大きい場合)の問題の正答率は，それぞれ 84.2%，84.2%，78.9%であった。最後に，数，気温，水位が題材の問題における同符号の大小の問題の正答率がいずれも 63.2%であった。これらのことから，正負の数を習っていない小学校 5 年生の多くは，生活経験から正負の数の大小判断が可能であることがわかる。一方，正負の数の大小比較を行うときに，絶対値の大小と混同する誤認識が一部の子どもにみられた。

3. 正負の数の加法，減法

「生活経験から正負の数の加法，減法の答えを求めることがどの程度可能であるか」についての問題を問うた。調査問題は，温度を題材とした問題と式で表された問題に分類した。温度を題材とした問題において，次のようなことが分かった。調査の結果，正の数－正の数(答えが負の数になる場合)，負の数＋正の数(答えが負の数になる場合)，負の数＋正の数(答えが正の数になる場合)，正の数＋負の数(答えが正の数になる場合)の正答率がそれぞれ 78.9%，68.4%，68.4%，63.2%であった。これらのことから，正負の数を習っていない小学校 5 年生の多くは，生活経験から温度を題材とした場合の負の数の加法(特に，負の数＋正の数と正の数＋負の数の答えが正の数の場合)の答えを求めることが概ね可能であることがわかる。一方，正の数＋負の数(答えが負の数になる場合)，正の数－負の数の正答率がそれぞれ 42.1%，15.8%であり，正の数＋負の数(答えが負の数になる場合)と正の数－負の数の答えを求めることは難しいことがわかる。

また，式で表された正負の数の加法と減法の答えを求める問題において，次のようなことが分かった。調査の結果，正の数－正の数(答えが負の数になる場合)，負の数＋正の数(答えが負の数になる場合)，負の数＋正の数

(答えが正の数になる場合)，正の数＋負の数(答えが負の数になる場合），正の数＋負の数(答えが正の数になる場合），正の数－負の数の正答率がそれぞれ47.4%，36.8%，36.8%，31.6%，42.1%，10.5%であり，式で表されると正負の数の加法と減法の答えを求めることは難しいことがわかる。

4. 正負の数の乗法

「正の数×正の数の計算の考え方(同数累加)から類推して，負の数×正の数の答えを求めることができるか」についての問題を問うた。調査の結果，答えを求めることができた割合は57.9%であった。また，求め方を同数累加で求めた割合は42.1%であった。これらのことから，正負の数を習っていない子どもでも，正の数×正の数の計算の考え方から類推して，負の数×正の数の答えを求めることが概ね可能であることが示唆される。また，正負の数の加法，減法を学習することによってさらに正答率が上がることも予想される。

5. 調査のまとめ

これらの調査結果により，正負の数を習っていない小学校5年生が，生活経験や現在の学校数学における教育の影響から，以下のような認識を持っていることが示唆された。

①正負の数の大小判断が可能である。

②気温を題材とする正負の数の加法の答えを求めることが概ね可能である(特に，負の数＋正の数と正の数＋負の数の答えが正の数の場合)。

③正の数×正の数の計算の考え方から負の数×正の数の計算の考え方を類推して答えを求めることが概ね可能である(正負の数の加法，減法を学習することによって，さらに正答率が上がることが予想される)。

したがって，小学校5年生の段階で，子どもはある程度正しい認識を持っていることが示唆される。一方，誤認識が一部みられるが，教育を行うことで改善することが可能であると考えられる。

Ⅳ．教育実験について

Ⅲでの調査結果から，正負の数を習っていない小学校高学年の子どもでも正負の数の学習を行う可能性があることが示唆された。そこで，さらに小学校6年生(1名)を対象とした教育実験を行うことで，「小学校高学年の子どもに正負の数の計算を，“代数的な説明による方法”で導入することが可能であるのか」について明らかにしようと考える。ここでは，事前調査と事後調査を比較することで授業実践の効果を検証する。実験を行うに当たって，以下のような流れで教育実験を行った。

①正負の数の加法，減法に関する事前調査，②正負の数の加法，減法に関する授業実践，③正負の数の加法，減法に関する事後調査，④正負の数の乗法，除法に関する事前調査，⑤正負の数の乗法，除法に関する授業実践，⑥正負の数の乗法，除法に関する事後調査

1. 正負の数の加法，減法に関する事前調査について

【調査の概要】

目的：正負の数を習っていない子ども(対象者)の正負の数の加法，減法の捉えの特徴を明らかにすること

対象者：京都府公立小学校6年生(1名)

時期・場所：2011年9月に対象者の自宅

方法・調査時間：質問紙による調査で調査時間は30分

内容・結果：

(1) 正負の数の加法，減法に関する問題

気温を題材とした正負の数の加法と減法の答えを求める問題を出題した。調査の結果，正の数－負の数の問題以外は正答した。続いて，式で表された正負の数の加法と減法の答えを求める問題を出題した(Fig.3)。調査の結果，正の数－正の数以外の問題を誤答した。

次の問題で答えを求めてください。
①5－7　②マイナス 2＋1　③マイナス 1＋4　④1＋マイナス 2　⑤4＋マイナス 1　⑥3－マイナス 2

Fig.3:式で表された正負の数の加法と減法の答えを求める問題

(2) 加法の交換法則・結合法則，及び分配法則に関する問題

加法の交換法則・結合法則，及び分配法則が用いられた式が成り立つことを理解しているかをみる問題を出題した(Fig.4)。調査の結果，結合法則が用いられた式((2+3)+4=2+(3+4))を成り立たないと選択した。

次の①～③の式は，正しい(成り立つ)でしょうか？そう思った理由も書いてください。
①4＋2＝2＋4　②(2＋3)＋4＝2＋(3＋4)　③2×(1＋3)＝2×1＋2×3

Fig.4:加法の交換法則・結合法則・及び分配法則に関する問題

2. 正負の数の加法，減法に関する授業実践について

【実践の概要】

目的：①事前調査で理解が不十分であった点(式で表された正負の数の加法，減法)を改善する

②正負の数の加法，減法の代数的な説明を理解する

③正負の数の加法，減法の現実モデルでの説明を理解する

対象者：事前調査(加減)の対象者と同様

時期・場所：2011 年 9 月に対象者の自宅

方法：オリジナルテキストを使用した個別授業形式で全 3 次(45 分×8 時間)

内容・結果・考察：

(1) 授業実践の内容

①第一次　正負の数の意味(45 分×3 時間)

第一次の 1/3 では，具体事例を用いて基準値としての“0”や基準との違いを正負の数で表す学習を行った(Fig.5,6)。2/3 では，現実事象から反対向きの関係にあるベクトル量を抽出し，それらを正負の数で表す学習を行った。3/3 では，絶対値と生活の中にある負の数の学習を行った。

Fig.5:基準値としての“0”と量が無いという“0”の違いを説明している様子

Fig.6:時間あてゲームを行い，基準との違いを正負の数で表している様子

②第二次　正負の数の加法(45 分×3 時間)

第二次の 1/3 では，等式の意味や成り立つ等式，成り立たない等式を分類する学習，計算法則の復習を行った。

2/3 では，加法のきまり(A＜0 のとき，A＋B は A より B 大きい数を求めることである)を用いて，負の数＋正の数の答えを導きだす学習を行い，次に，負の数＋正の数の現実モデル(増加・求大の場合の文章問題)の学習を行った。3/3 では，交換法則を用いて正の数＋負の数の答えを導きだす学習を行い，次に，正の数＋負の数の現実モデル(増加・求大の場合の文章問題)の学習を行った(Fig.7)。

③第三次　正負の数の減法(45 分×2 時間)

第三次の 1/2 では，等式の性質(両辺に同じ数をたしても等式が成り立つ)，減法のきまり(A－B＝□の□は□＋B＝A の□を求めることである)を用いて正の数－負の数の答えを導きだす学習を行った(Fig.8)。2/2 では，正負の数の減法の現実モデル(求残・求小・求差の文章問題)の学習を行った。

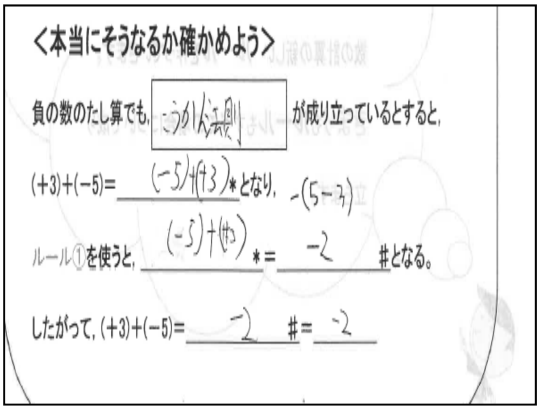

Fig.7:正の数＋負の数の答えを交換法則を用いて導きだす学習

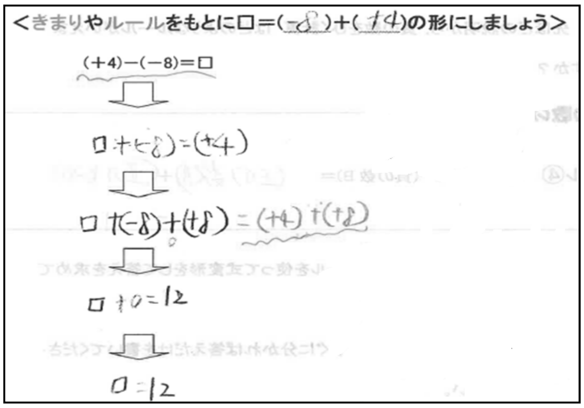

Fig.8: 正の数－負の数の答えを減法のきまりや等式の性質を用いて導きだす学習

(2) 授業実践の結果と考察

①第一次　正負の数の意味

第一次の 1/3 では，量がないという“0”と基準値としての“0”を分類することができ，基準との違いを正負の数で表現することができていた。2/3 では，「2 つ増える」ことがベクトル量であることについて少し抵抗があったようだ。そのため，ベクトル量を矢印でかかせる活動を通して，現実事象から反対向きの関係にあるベクトル量を抽出させた。3/3 では，絶対値が正の数でしか表すことができないことに少し抵抗があったようだ。また，生活の中の正負の数の学習では，「マイナス 5 歳若くみえる」という言葉の意味がおかしいことに気づき，負の数で表された量の意味を理解させることができたと考える。

②第二次　正負の数の加法

第二次の 1/3 では，等式の意味や成り立つ等式，成り立たない等式を分類することができていた。2/3 では，加法のきまりを用いて負の数＋正の数の答えを導くことができていたが，数直線での説明の方が理解しやすいようであった。その後の，現実モデルの学習については理解し，立式及び答えを導き出すことができていた。3/3 では，自力で交換法則を用いて正の数＋負の数の答えを導くことができた。その後の，現実モデルの学習についても理解し，立式及び答えを導き出すことができていた。

③第三次　正負の数の減法

第三次の 1/2 では，等式の性質や減法のきまりを理解した。正の数－負の数の答えを減法のきまりや等式の性質を用いて導くことについては，はじめは混乱していたようだが，慣れると練習問題では自力で式変形を行うことができるようになった。2/2 では，求差の場合の文章問題から立式及び答えの記述の仕方が難しいようであったため，教材の改善が必要であると考える。

3. 加法，減法に関する事後調査について

【調査の概要】

目的：授業実践（加減）の効果を検証すること

対象者：事前調査(加減)の対象者と同様

時期・場所：2011 年 9 月に対象者の自宅

方法：事前調査(加減)と同様

内容・結果・考察：

(1) 正負の数の意味に関する問題

基準との違いを正負の数で表す問題を出題した。調査の結果，正しく正負の数で表すことができた。

(2) 正負の数の加法，減法に関する問題

正負の数の加法，減法の文章問題(正の数＋負の数(増加)・負の数＋正の数(増加)・正の数－負の数(求残)・負の数－負の数(求差))から立式及び答えを導く問題を出題した。調査の結果，正負の求差の問題以外は正答することができた。次に，式で表された正負の数の加法，減法の答えを求める問題を出題した(Fig. 9)。調査の結果，事前では，正の数－正の数の問題以外誤答していたが，事後では改善され，全問正答することができた。

次の問題で答えを求めてください。
①(−2)＋(+1)　②(−1)＋(+4)　③(+1)＋(−2)　④(+4)＋(−1)　⑤(+3)−(−2)　⑥(−4)−(−3)

Fig. 9:式で表された正負の数の加法と減法の答えを求める問題

(3) 加法の交換法則・結合法則，及び分配法則に関する問題

加法の交換法則・結合法則，及び分配法則が用いられた式が成り立つことを理解しているかをみる問題を出題した(事前調査問題と同様)。調査の結果，事前では，結合法則が用いられた式を成り立たないと捉えていたが，事後では改善され，加法の交換法則・結合法則，分配法則が用いられた式をすべて成り立つと捉えるようになった。しかし，その理由をすべて「答えが同じだから」と回答していた。

(4) 式変形に関する問題

正の数＋負の数の式を交換法則を用いて，負の数＋正の数に式変形を行う問題を出題した。調査の結果，正しく式変形を行うことができた。続いて，正の数－負の数＝□を□＋負の数＝正の数で表す問題を出題した。調査の結果，正しく表すことができた。最後に，負の数－負の数の答えを等式の性質や減法のきまりを用いて式変形を行って答えを導き出す問題を出題した。調査の結果，正しく式変形((−2)−(−1)＝□⇔□＋(−1)＝−2⇔□＋(−1)＋(+1)＝(−2)＋(+1)⇔□＝−1)を行い，答えを導き出すことができた。

(5) 加法，減法に関する教育実験のまとめ

正負の数の加法，減法に関する授業実践後に行った事後調査の結果から，小学校 6 年生が，代数的な説明で正負の数の加法，減法を理解することができ，現実モデルでの説明を理解することができたと考える。しかし，正負の数の減法の文章問題(求差)については，理解することができなかったため，教材の改善を行う必要があると考える。

4. 乗法，除法に関する事前調査について

【調査の概要】

目的：正負の数の加法，減法を学習後の子どもの正負の数の乗法，除法の捉えの特徴を明らかにすること

対象者：事前調査(加減)の対象者と同様

時期・場所：2011 年 9 月に対象者の自宅

方法：事前調査(加減)と同様

内容・結果：

(1) 正負の数の乗法・除法に関する問題

正負の数の乗法の文章問題から立式及び答えを導き出す問題を出題した(負の数×正の数(複合量の第 2 用法)・正の数×負の数(複合量の第 2 用法)・負の数×負の数(複合量の第 2 用法))。調査の結果，全ての問題で立式及び答えを正しく導き出すことができた。続いて，式で表された正負の数の乗法，除法の答えを求める問題を出題した(Fig. 10)。調査の結果，すべての問題を正答できた。

次の問題で答えを求めてください。
①(−3)×(+2)　②(+2)×(−3)　③(−3)×(−7)　④(−6)÷(−2)

Fig. 10:式で表された正負の数の乗法と除法の答えを求める問題

(2) 乗法の交換法則・結合法則，及び分配法則に関する問題

乗法の交換法則・結合法則，及び分配法則が用いられた式が成り立つことを理解しているかをみる問題を出題した(Fig. 11)。調査の結果，乗法の交換法則・結合法則，分配法則をすべて成り立つと選択した。しかし，その理由をすべて「答えが同じだから」と回答していた。

次の①〜③の式は，正しい(成り立つ)でしょうか？そう思った理由も書いてください。
①5×9＝9×5　②(6×8)×3＝6×(8×3)　③4×(6×2)＝4×6＋4×2

Fig. 11:乗法の交換法則・結合法則・及び分配法則に関する問題

5. 乗法，除法に関する授業実践について

【実践の概要】

目的：①正負の数の乗法，除法の代数的な説明を理解する。

　　　②正負の数の乗法，除法の現実モデルでの説明を理解する。

対象者：事前調査(加減)の対象者と同様

時期・場所：2011 年 9 月に対象者の自宅

方法：オリジナルテキストを使用した個別授業形式で全 2 次(45 分×5 時間)

内容・結果・考察：

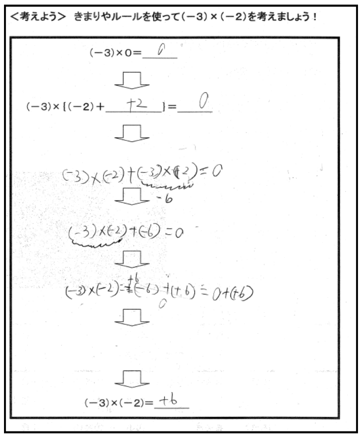

Fig. 12:負の数×負の数の答えを分配法則や等式の性質を用いて導きだす学習

(1) 授業実践の内容

①第四次　正負の数の乗法(45 分×3 時間)

第四次の 1/3 では，乗法のきまり(A<0 のとき，A×B は A を B 回たした数を求めることである)を用いて負の数×正の数の答えを導きだす学習を行い，次に，交換法則を用いて正の数×負の数の答えを導きだす学習を行った。2/3 では，分配法則や等式の性質を用いて負の数×負の数の答えを導き出す学習を行った(Fig. 12)。3/3 では，正負の数の乗法の現実モデル(複合量の第 2 用法を用いる場合の文章問題)の学習を行った。

②第五次　正負の数の除法(45 分×2 時間)

第五次の 1/2 では，除法のきまり(A÷B＝A×1/B)を用いて負の数÷負の数の答えを導き出す学習を行った。2/2 では，正負の数の除法の現実モデル(複合量の第 1 用法を用いる場合の文章問題)の学習を行った。

(2) 授業実践の結果と考察

①第四次　正負の数の乗法

第四次の 1/3 では，乗法のきまりを用いて負の数×正の数の答えを導くことができていた。続いて，交換法則

を用いて正の数×負の数の答えを自力で導くことができていた。2/3 では，分配法則や等式の性質を自分で使いこなして負の数×負の数の答えを導くことができていた。3/3 では，文章問題から立式及び答えを導くことができていた。

②第五次　正負の数の除法

第五次の 1/2 では，除法のきまりを用いて式変形を行うことが難しそうであった。しかし，負の数÷負の数での式変形ができるようになると，その他の計算でも式変形を使いこなして，自力で正しい答えを導き出すことができていた。2/2 では，立式は抵抗なくできていたが，1/2 と同様に，除法のきまりを用いた式変形が難しそうであった。

6. 乗法，除法に関する事後調査について

【調査の概要】

目的：授業実践（乗除）の効果を検証すること

対象者：事前調査(加減)の対象者と同様

時期・場所：2011 年 9 月に対象者の自宅

方法：事前調査(加減)と同様

内容・結果・考察：

（1）正負の数の四則計算に関する問題

正負の数の乗法，除法の文章問題(正の数×負の数(複合量の第 2 用法)・負の数×正の数(複合量の第 2 用法)・負の数×負の数(複合量の第 2 用法)・負の数÷正の数(複合量の第 1 用法)・負の数÷負の数(複合量の第 1 用法))から立式，答えを導き出す問題を出題した。調査の結果，事前，事後ともに全て立式や答えを正しく導くことができた。続いて，式で表された正負の数の加法・減法・乗法・除法の答えを求める問題を出題した(Fig. 13)。調査の結果，負の数－負の数以外の問題はすべての問題を正答できた。

次の問題で答えを求めてください。

①(－3)＋(＋2)　②(＋2)＋(－3)　③(＋3)－(－7)　④(－2)－(－3)　⑤(－2)×(＋6)　⑥(－5)×(＋4)

⑦(＋6)×(－2)　⑧(＋4)×(－2)　⑨(－4)×(－7)　⑩(＋6)÷(－2)　⑪(－10)÷(－5)

Fig. 13:式で表された正負の数の加法・減法・乗法・除法の答えを求める問題

（2）乗法の交換法則・結合法則，及び分配法則に関する問題

乗法の交換法則・結合法則，及び分配法則が用いられた式が成り立つことを理解しているかをみる問題を出題した(事前調査問題と同様)。調査の結果，事前では乗法の交換法則・結合法則，分配法則が用いられた式を「答えが同じだから」すべて成り立つと回答していたが，事後では「きまりだから」すべて成り立つと回答した。

（3）式変形に関する問題

(＋6)×(－2)を交換法則を用いて(－2)×(＋6)に式変形を行う問題を出題した。調査の結果，正しく式変形を行うことができた。続いて，(－4)×0＝0 の式から分配法則や等式の性質を用いて(－4)×(－2)の答えを導き出す問題を出題した。調査の結果，正しく式変形((－4)×0＝0⇔(－4)×{(－2)＋(＋2)}＝0⇔(－4)×(－2)＋(－4)×(＋2)＝0⇔(－4)×(－2)＋(－8)＝0⇔(－4)×(－2)＝＋8)を行い，答えを導き出すことができた。

(4)乗法，除法に関する教育実験のまとめ

正負の数の乗法，除法に関する授業実践後に行った事後調査の結果から，小学校 6 年生が，代数的な説明で正負の数の乗法，除法を理解することができ，現実モデルでの説明を理解することができたと考える。また，教育

実験後に感想を聞いた結果,「きまりがべんりだった。あっさり問題が解けるから」と記述したことから開発した教育内容は子どもにとって有用であることがわかる。

Ⅴ．おわりに

本稿では，現在の子どもに見合った正・負の数のカリキュラム開発を目的に小学校高学年から正負の数の計算を代数的に指導することが効果的であると考えた。そこでまず,小学校5年生を対象に認識調査を行い,さらに,実際に小学校6年生を対象に教育実験を行った。その結果，以下の点が示唆された。

①小学校6年生で，代数的に正負の数の四則計算を教育することに可能性が認められる。

②代数的な指導が子どもにとって有用と考えられる。

今後の課題は，今回の課題を踏まえ，テキストや指導展開を改善し，より多くの子どもを対象に教育実践を行うことによって，一般性の検証を行うことが挙げられる。

謝辞：認識調査を行うにあたり，2011年度京都市立陶化小学校5年生のみなさん，そして担任であり，研究室の先輩でもある香月広大先生には，快くご協力頂きました。また，教育実験を行うにあたり，西村としき君，西村家の皆様にも，快くご協力頂きました。ここに感謝の意を表します。

註,及び引用・参考文献

註1：「正負の数の意味の問題」は，東京都教育委員会により都内の公立中学校の1年生2万80名を対象に行われた平成19年度「児童・生徒の学力向上を図るための調査」から分析を行い，「正負の数の四則混合計算の問題」は，岩手県教育委員会により県内の公立中学校全生徒を対象に行われた平成22年度学習定着度調査から分析を行った。

一松信他(2005)『中学校数学1』，学校図書，33

岩手県教育委員会(2010)『平成22年度学習定着度状況調査結果報告書』

岡本和夫他(2009)『未来へひろがる数学1』，啓林館，29

小田翔吾・渡邉伸樹(2011)「初等教育段階における“正・負の数”の教育に関する研究Ⅳ」,『2011年度　数学教育学会誌　臨時増刊』，43-45

杉山吉茂(2006)『豊かな算数教育をもとめて』，東洋館出版社，111-118

杉山吉茂ほか(2002)『数学科教育』，学文社，82-89

東京都教育委員会(2008)『平成１９年度「児童・生徒の学力向上を図るための調査」

渡邉伸樹(2006)「小学校における代数の体系化　その１　―分数の乗除計算について―」,『2006年度　数学教育学会夏季研究会　発表論文集』，11-16

渡邉伸樹(2010)「“代数”に関する教育実践」,『2010年度　数学教育学会秋季例会　発表論文集』，146-148

渡邉伸樹(2010)「小中連携を意識した代数カリキュラム開発のための基礎研究(その1)―小学校高学年における文字式―」,『数学教育学会誌』，67-79

渡邉伸樹(2010)「小中連携を意識した代数カリキュラム開発のための基礎研究(その2)―小学校高学年における分数の乗除―」,『数学教育学会誌』，81-92

August Schmid et al.(2003) 『Lambacher Schweizer 5 -Mathematik für Gymnasien-』,Bayern,Klett

Chung-Hsing OuYang,Ph.D.(2002)『McGraw-Hill Mathematics』, A Division of The McGraw-Hill Companies