

4年生で割合を学習する意義（2）
—授業における子どもの様相—

上田 美智穂・竹間 光宏

The Importance of Learning Proportion in Fourth Grade (2)
-Aspects of Students in Classes-

Michiho UEDA, Mitsuhiro CHIKUMA

教職キャリア高度化センター教育実践研究紀要

第4号（2022年1月）

Journal of Educational Research
Center for Educational Career Enhancement

No.4（January 2022）

4年生で割合を学習する意義(2)

—授業における子どもの様相—

上田 美智穂・竹間 光宏

(京都教育大学附属京都小中学校)

The Importance of Learning Proportion in Fourth Grade (2)

—Aspects of Students in Classes—

Michiho UEDA, Mitsuhiro CHIKUMA

2021年8月31日受理

抄録：本稿の目的は、第4学年において「倍でくらべる」ことを意識した授業実践を行い、その授業における子どもの様相から今後の割合指導への示唆を得ることである。そのために、上田・竹間(2021)で提案した授業計画の実践と事後アンケートを実施し、それらの分析と考察を行った。その結果、①図に表して考えることのよさ、②もとの大きさを1とみる考え方の深まり、③「何の何倍か」を意識した系統的な学習の必要性という3つの示唆を得た。このように、第4学年「割合」の学習で、「倍で比べる」活動を多く経験できるように、また、「もとにする大きさを1とみる」ことを生徒の思考から引き出せるように授業実践を行うことで、「何の何倍」という数量の関係を明確にすることができたと考える。関係図だけでなく、量を表す図も合わせて扱い、「もとの大きさを1とみる」ことを意識づけることで、「割合」を使って考えることができた。系統的な学習を意識し、単元を通して生徒が図を用いて数量の関係を表し整理する時間を大切にしながら、何をもとの大きさとみているかを明確にして話し合い活動を進めていくことが重要であると考えた。

キーワード：割合，倍，関係図，線分図，1とみる

I. はじめに

新学習指導要領(文部科学省, 2017)において、第4学年の内容C「変化と関係」(2)に簡単な場合の割合についての単元が設定された。割合の学習指導は子どもにとっても教師にとっても困難性を伴う単元である。熊倉ほか(2020)では、中学校・高等学校における割合指導に関する調査が実施され、第3用法の問題の正答率が中学校3年生でも50%に満たなかったこと、算数科で扱う複線図による方法を挙げている中学生や高校生がいなかったこと、ある問題で「もとにする量」を逆に捉えている誤答が10~20%あったことなどが報告されており、割合指導への示唆の一つとして図や表を活用することの有効性が述べられている。

小学校の算数学習においては、第1学年で「赤い花は白い花より2本多い」のような「基準」を意識する問題を扱い、第2学年「かけ算」の単元で基準量の「いくつ分」という操作から「倍」の概念を培い、第3学年で比較量が基準量の「何倍か」を除法で求めることと「基準量」を除法で求めることを学習している。これらは「倍の意味」についての学びであり、「もとにする量の何倍」という割合の見方の基礎となる。そのため、既習概念である「倍」の学習は、「割合」の学習においても非常に重要なものであるといえる(e.g. 大野, 2019; 加藤, 2021)。一方、測定した量を「差」で比べる活動は経験しているものの、もとにする量の何倍になるかに着目して比べることは行ってきていない。したがって、上田・竹間(2021)では、事前調査により子どもの実態把握をし、第3学年で学習した「何倍かを求める」ことを「割合」へつなげるための単元設計を行った。ここでは、第5学年の「割合の意味」へつなげるために、式だけでなく図を大切にしながら「もとにする量」を理解したり「もとの大きさを1とみる」という考え方を深めたりしたいと考えた。

本稿の目的は、第4学年において「倍でくらべる」ことを意識した授業実践を行い、その授業における子ども

の様相から今後の割合指導への示唆を得ることである。そのために、上田・竹間（2021）で提案した授業計画の実践と事後アンケートを実施し、それらの分析と考察を行う。

II. 授業実践

1. 指導と評価の計画（全5時間）

「倍で比べる」活動を多く経験できるように、また、「もとにする大きさを1とみる」ことを生徒の思考から引き出せるように、以下の表のような授業計画を立て授業実践を行った。

表1 指導と評価の計画（上田・竹間，2021，184）

時	学習活動	評価の視点	評価方法	評価の重点		
				知	考	態
1	・植物の成長度合いを考えることを通して、2つの数量関係を比べる方法について考え、もとの大きさの何倍に当たるかに着目して比べる。	・数量の関係を図に表して考えようとしている。 ・図や式などを用いて2つの数量関係の比べ方を考え表現している。	・発表 ノートへの記述 ・発表 ノートへの記述		○	○
2	・2つの数量関係をもとの大きさの何倍に当たるかに着目して比べ、割合を使って比べる。	・割合について知り、割合を使って数量の関係が比較できることを理解している。	・発表 ノートへの記述	○		
3	・何倍かの関係にある2量のうちの一方がわからない場面で、図に表しその量を求める。	・関係図やテープ図などに表して比較量を求める（第2用法）、基準量を求める（第3用法）ことができる。	・発表 ノートへの記述	○		
4	・ $\square \times a \times b = c$ の場面で順に考えて解く方法と何倍になるかに着目してまとめて考えて解く方法の2通りの考えで \square を求める。	・「 \square のa倍のb倍がc」という数量の関係を図に表して考え、「 \square の $(a \times b)$ 倍がc」という関係に気づき表現している。	・発表 ノートへの記述		○	
5	・ $\square \times a \times b = c$ の場面で何倍になるかに着目してまとめて考える方法で \square を求める。	・「 \square のa倍のb倍がc」という数量の関係を図に表して考え、オペレータに着目し、「 \square の $(a \times b)$ 倍」として \square を求めることができる。	・発表 ノートへの記述	○		

2. 授業の実際

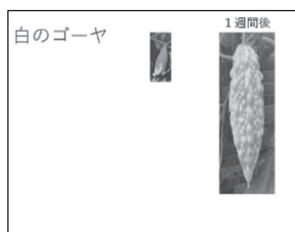
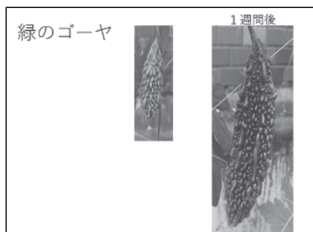
(1) 第1時

<目標>ある2つの数量の関係と別の数量の関係との比べ方を考え、説明できるようにする。

(緑と白のゴーヤの1週間の成長がわかる写真だけを提示して、白のゴーヤの方が最初に比べて大きくなってきていることに着目できるようにする。)

授業での発話記録は以下の通りである。Tは教師、Cは生徒の発言を示す。

T1: どちらのゴーヤが長く育ったかな?



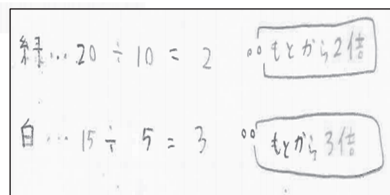
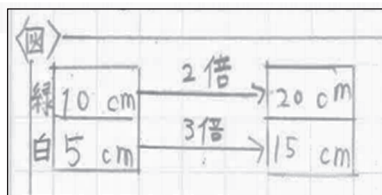
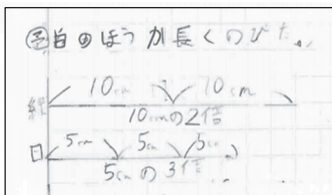
- C1: 1週間後の長さは緑の方が長い。
- C2: 白のゴーヤの方が小さいけど。
- C3: もとの大きさが白の方が小さいからのび方は白の方が長くなったといえる。
- C4: 何cmになっているか知りたい。

T2: どれくらい長くなったかという(表に数を書き入れながら説明する。)

	もとの長さ	1週間後の長さ
緑のゴーヤ	10 cm	20 cm
白のゴーヤ	5 cm	15 cm

- C5: どちらも10 cm長くのびている。
- C6: 同じなのかな。
- T3: やっぱり20 cmの緑の方が大きくなったね。
- C7: ちがう!
- C8: 10 cmは同じだけど、もとの大きさがちがうから。

T3: では、どちらが長くのびたといえるかな?(ノートに図や式を用いて数量の関係を表し比べ方を考える。)



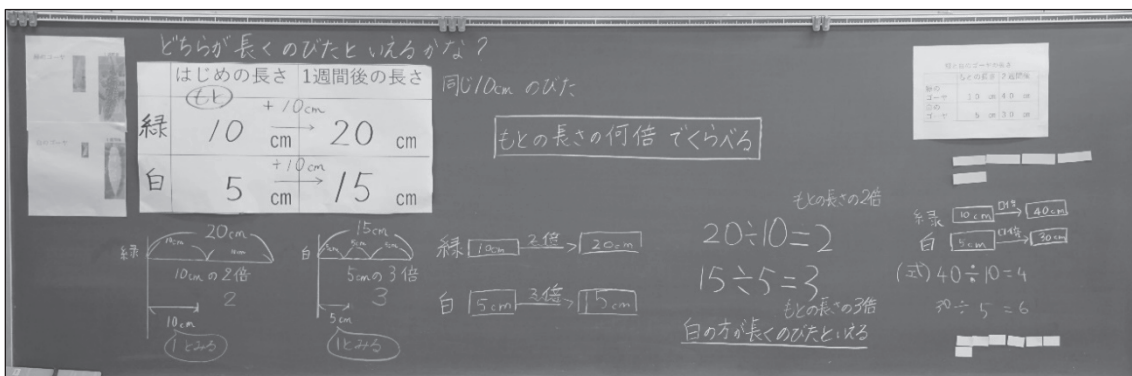
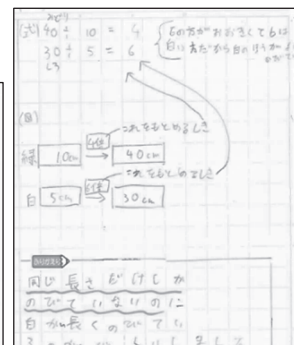
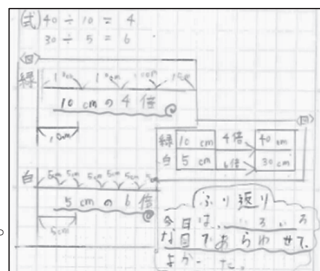
(比べ方について、図や式をかきながら説明し伝え合う。)

- C9: 緑は、20 cmの中に10 cmが2つ入る。白は、15 cmの中に5 cmが3つ入る。
- C10: 白の方がのびたといえる。なぜなら、緑は2倍のびているけど、白は3倍のびているから。
- T4: もとの長さの何倍になっているかで比べたらいいのだね。
- T5: もとの長さを1とみると、1週間後の長さは、緑が2で白が3だといえるね。

では、このゴーヤの2週間後はどれくらい成長しているかな。
どちらが長くのびたといえるかな。

	もとの長さ	2週間後の長さ
緑のゴーヤ	10 cm	40 cm
白のゴーヤ	5 cm	30 cm

- C11: わかった!
- C12: 緑は、10 cmの□倍が40 cm。
白は、5 cmの□倍が30 cm。
- C13: $40 \div 10 = 4$ $30 \div 5 = 6$
だから、白の方が長くのびた。



(2) 第2時

<目標>ある2つの数量の関係と別の数量の関係とを「倍で比べ」、割合を用いることを理解できるようにする。

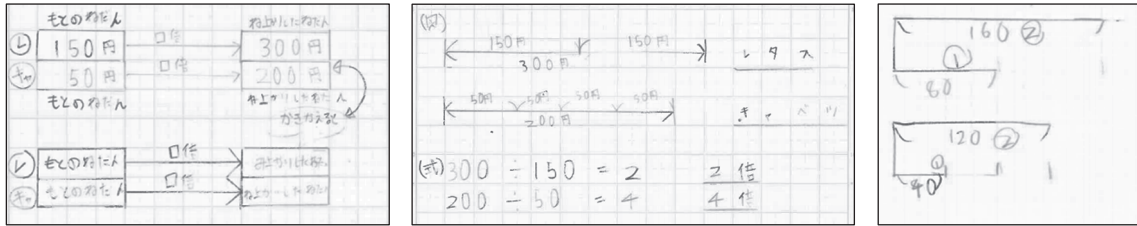
T1: 今日の問題は、野菜の値上がりの問題です。

レタス 150円→300円
キャベツ 50円→200円

C1: ねだんの上がり方が大きいのはどちらでしょう、という問題だね。

C2: 関係図を使うとできそう。

T2: では、図にかいてくらべてみよう。



C3: (関係図をかきながら) レタスは150円の□倍で300円に値上がりをして、キャベツは50円の□倍で200円になりました。

C4: □倍がわからないから、 $300 \div 150 = 2$ $200 \div 50 = 4$ になります。

C5: レタスはもとのねだんの2倍になっていて、キャベツはもとのねだんの4倍になっているからキャベツの方が値上がりが大きいです。

C6: レタスは150円を1とみると値上がりした値段が2になって、キャベツは50円を1とみると値上がりした値段が4になるから、キャベツの方が値上がりが大きいです。

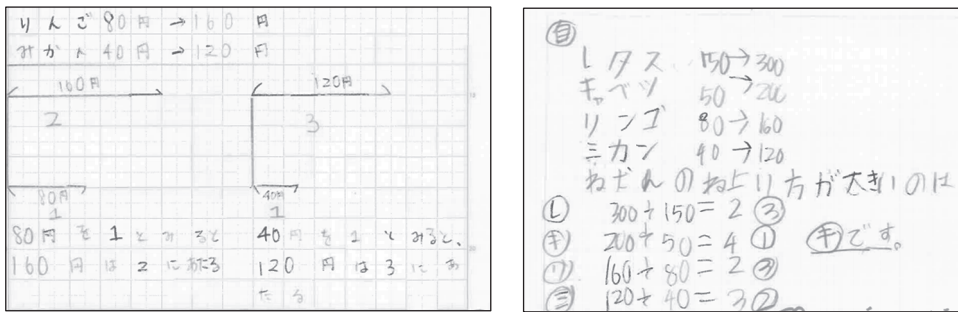
T3: みんなが考えたように、もとにする大きさを1とみたときに、くらべられる大きさがどれだけにあたるか、何倍にあたるかを表した数を割合といいます。

T4: 割合を使ってみよう。

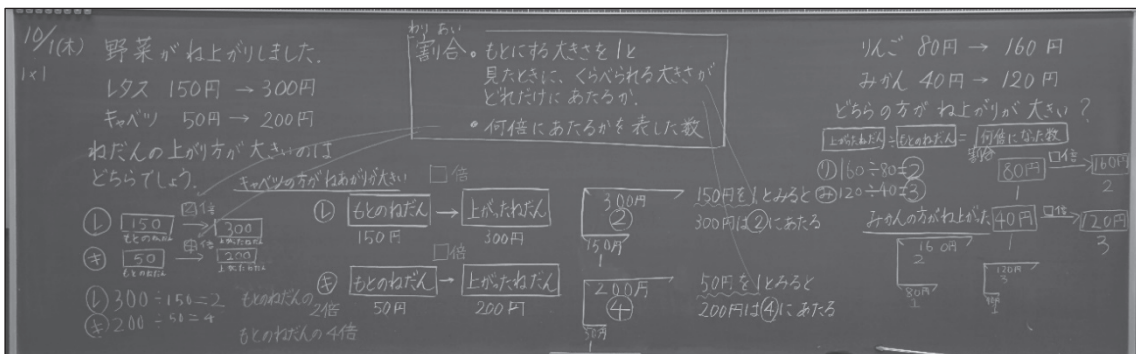
りんご 80円→160円

みかん 40円→120円 ねだんの上がり方が大きいのはどちらでしょう。

C7: りんごは $160 \div 80 = 2$ みかんは $120 \div 40 = 3$ みかんの方がねだんが上がっているといえる。



C8: 自分問題で、レタスとキャベツとりんごとみかんの4つでくらべてみました。



(3) 第3時

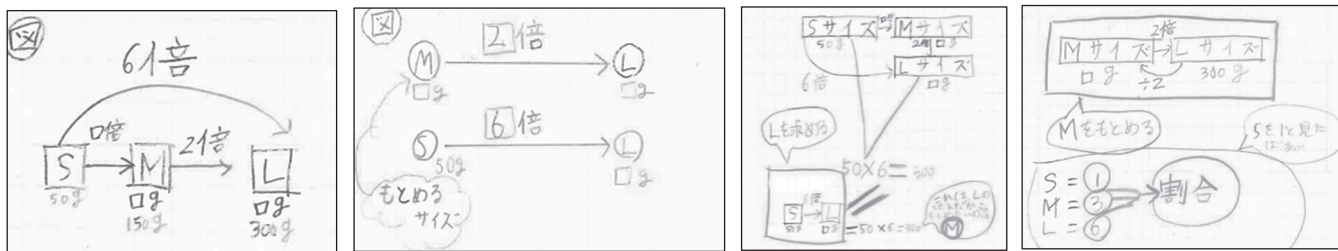
<目標>何倍の関係にある2つの量のうち一方がわからない場面で、その量を求めることができるようにする。

T1 : (絵を提示して) S, M, Lの3つのサイズのポテトがあります。Sサイズは50gです。Mサイズの2倍がLサイズです。Sサイズの6倍がLサイズです。

T2 : Mサイズは何gですか。

C1 : 図にかかなくともわかりにくい。関係図ならかけそう。

T3 : 図に表して考えよう。



C2 : (3つの量をならべた関係図をかきながら) Sサイズが50gの6倍がLサイズ。Mサイズの2倍がLサイズになって、MサイズとLサイズは□gとかきました。

C3 : 50gの6倍がLサイズだから、 50×6 で、Lサイズは300gになります。

T4 : (SサイズとLサイズ、MサイズとLサイズを分けて関係図にかいていた生徒を指名して)

C4 : もう一度説明すると、先にLサイズをもとめて $50 \times 6 = 300$ Lサイズは300gになります。

Mサイズの2倍がLサイズでLサイズが300gだから、Mサイズをもとめるにはわり算になります。

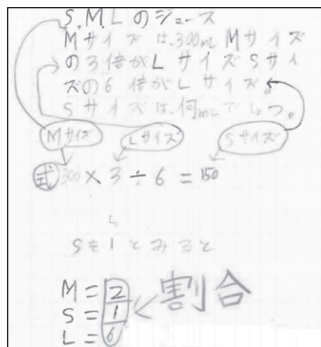
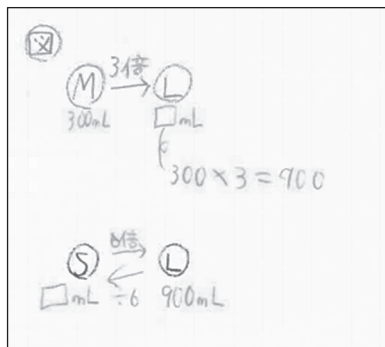
C5 : Mサイズを1とみると、Lサイズは2にあたります。

C6 : Lサイズは300gだから、 $300 \div 2 = 150$ Mサイズは150gになります。

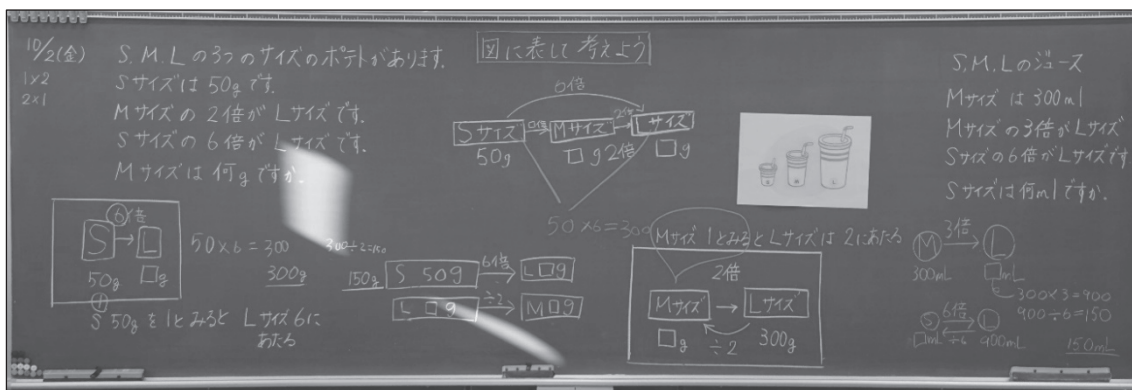
T5 : (SサイズとLサイズの関係図を指しながら) Sサイズを1とみるとLサイズは6にあたる。では、(MサイズとLサイズの関係図を指しながら) こちらは、Mサイズを1とみるとLサイズは2にあたる。

C7 : Mサイズをもとめる方は、もとになる1をもとめている。わり算でもとめた。

T6 : では、次の問題です。S, M, Lの3つのジュースがあります。Mサイズは300mLです。Mサイズの3倍がLサイズです。Sサイズの6倍がLサイズです。Sサイズは何mLですか。



C8 : Mサイズの3倍はLサイズだから $300 \times 3 = 900$
Lサイズは900mL
Sサイズの6倍が
Lサイズの900mLだから、
Sサイズをもとめるには、
 $900 \div 6$ で150 150mLです。



(4) 第4時

<目標> $\square \times a \times b = c$ の場面で順に考えて解く方法と何倍になるかに着目してもとめて考えて解く方法の2通りで考え、「 \square の $(a \times b)$ 倍が c 」という関係に気づき表現できるようにする。

T1: 今日の問題です。テレビとうの高さは90mで、これは百貨店の高さの3倍です。百貨店の高さは学校の高さの2倍です。

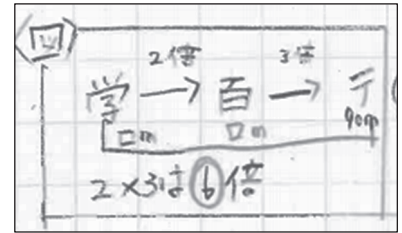
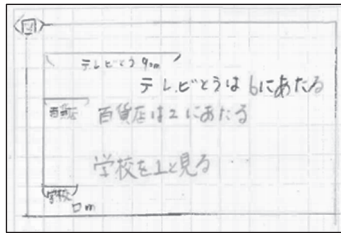
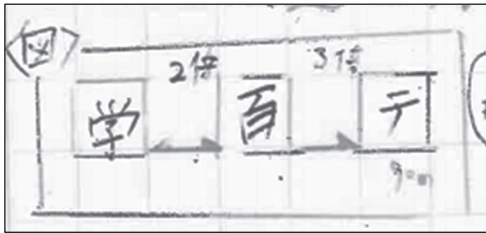
T2: 何の高さを求めるのでしょうか。

C1: 学校。

T3: 学校の高さは何mですか。

C2: 何倍だから、図にかける

T4: 図に表して考えよう。



C3: 学校の高さの2倍が百貨店で、百貨店の3倍がテレビとうで90mです。百貨店は \square m、学校も \square mと かきます。(関係図を順に指して) テレビとうから順にわっていくと学校の高さを求められるから、 $90 \div 3 \div 2 = 15$ 15mになります。

C4: $90 \div 3$ で30mが百貨店の高さです。そして $30 \div 2$ をすると学校の高さ15mになります。

C5: ちがう図で説明します。学校を1とみると、百貨店は2にあたります。テレビとうは6にあたります。

T5: 学校を1とみるとテレビとうが6にあたることを、関係図で説明すると。

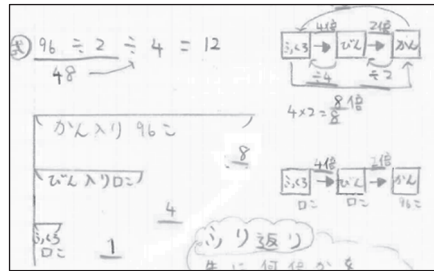
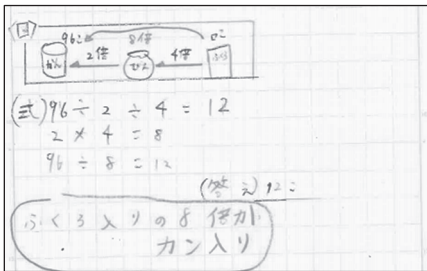
C6: 学校の2倍が百貨店で、その3倍がテレビとうだから、 $2 \times 3 = 6$ 学校の高さの6倍がテレビとうになります。だから $90 \div 6 = 15$ 15mです。

T6: 2つの方法で、学校の高さをもとめましたね。最初の方法は、「順にわる」方法。2つ目の方法は、

C7: まとめて学校の何倍かを考えました。

T7: 「先に何倍か」を考えましたね。

T8: 次の問題も考えましょう。かん入りのあめ96こ、これはびん入りの2倍です。びん入りのあめはふくろ入りの4倍です。ふくろ入りは何こですか。



ふり返り
 先に何倍かを
 考えるととても
 かんたんにできて
 よかった。

ふり返り
 2つの求め方があるけれど、先に
 何倍かを考える方が分かりやすか
 った。なぜかというときに、
 何倍かを求める方が「かんたんに」
 できると、かんが多いかびん
 が多いかすぐ分かる。

10/5(月) テレビとうの高さは90mで
 これは百貨店の高さの3倍です。
 百貨店の高さは学校の高さの2倍です。
 学校の高さは何mですか。

図に表して考えよう
 順にわって
 $90 \div 3 \div 2 = 15$
 百貨店の高さ 30m
 学校の高さ 15m
 $90 \div 3 = 30$
 $30 \div 2 = 15$

先に何倍かを
 考え
 $2 \times 3 = 6$
 $90 \div 6 = 15$
 15m

ふり返り
 先に何倍かを
 考えるととても
 かんたんにできて
 よかった。

(5) 第5時

<目標> 3要素2段階の乗法の逆思考の問題をオペレータに着目して解決する方法を理解できるようにする。

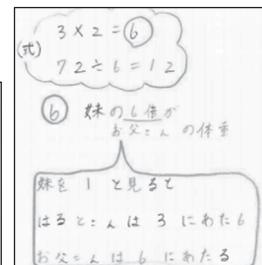
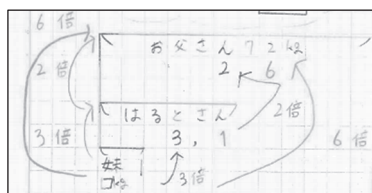
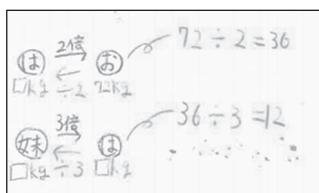
T1: 今日の問題です。はるとさんのお父さんの体重は72kgで、はるとさんの体重の2倍あります。
はるとさんの体重は、妹の3倍あります。

C1: 妹の体重を求めるのですね。

T2: 妹の体重は何kgですか。前の時間に2つの方法で考えましたね。

C2: 順にわる方法と、先に何倍かを考える。

T3: 先に何倍かを考えて答えを求めてみましょう。



C3: (関係図をかきながら) 妹の体重の3倍がはるとさんで、はるとさんの体重の2倍がお父さんになります。お父さんの体重が72kgだから、 $72 \div 2$ で36kgがはるとさんの体重です。そして、 $36 \div 3$ をすると妹の体重になります。12kgになります。

C4: 妹の体重の3倍がはるとさん、はるとさんの体重の2倍がお父さんだから、妹の体重の6倍がお父さんの体重になります。 $72 \div 6 = 12$ 12kgになります。

C5: 妹を1とみると、はるとさんは3にあたります。お父さんは6にあたります。

T4: 先に何倍になるかを考えて答えをもとめられましたね。この方法のいいところはどこですか。

C6: すぐにできる。いっきに計算ができます。

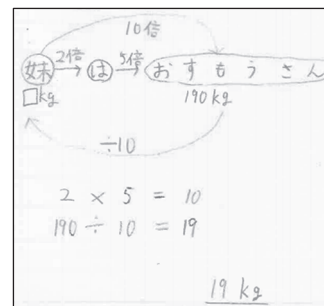
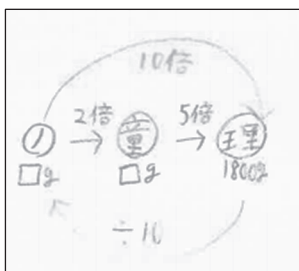
T5: では、こんなときはどうでしょう。妹 → はるとさん → おすもうさん
妹の何倍をおすもうさんにしたいですか。

C7: 10倍!

T6: 10倍にするには(関係図に2倍, 5倍を書きいれながら)では、妹の体重をもとめましょう。

T7: (練習問題もプリントで渡して)

ノート、童話の本、理科辞典があります。
理科辞典の重さは1800gで、これは童話の本の5倍です。
童話の本の重さはノートの2倍です。
ノートの重さは何gですか。



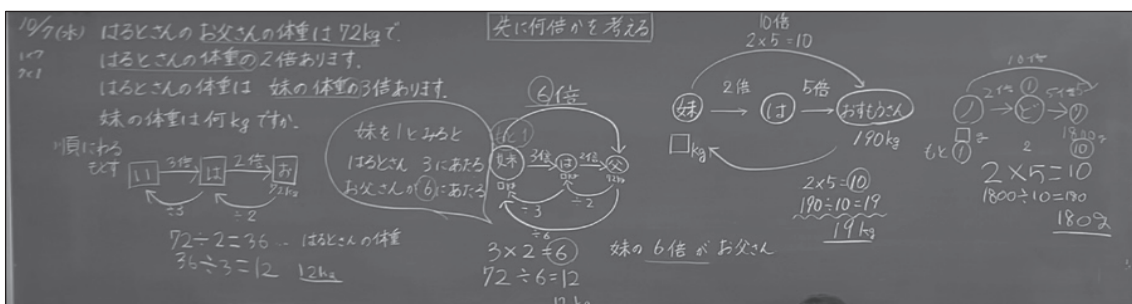
ノートの重さを求めましょう。

T8: 先に何倍かを考えて答えを求めましたね。もとの大きさを1とみて考えたね。

2つの方法を使えば
たしかめもできるので
便利だと思いました。

順にわっていき、先に
何倍かを考える、割合の
方法でやれば答えが分ると
思いました。

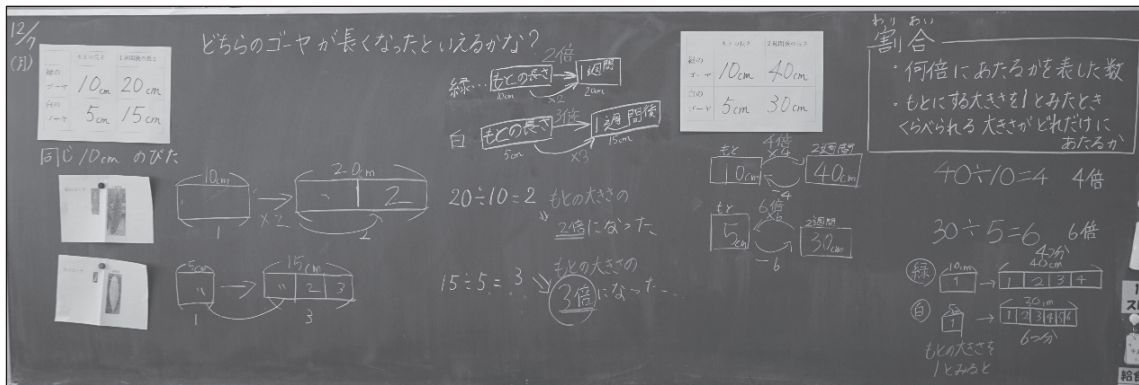
先に何倍かを考えて問題
の答えを計算できて、
割合を使うことができた。



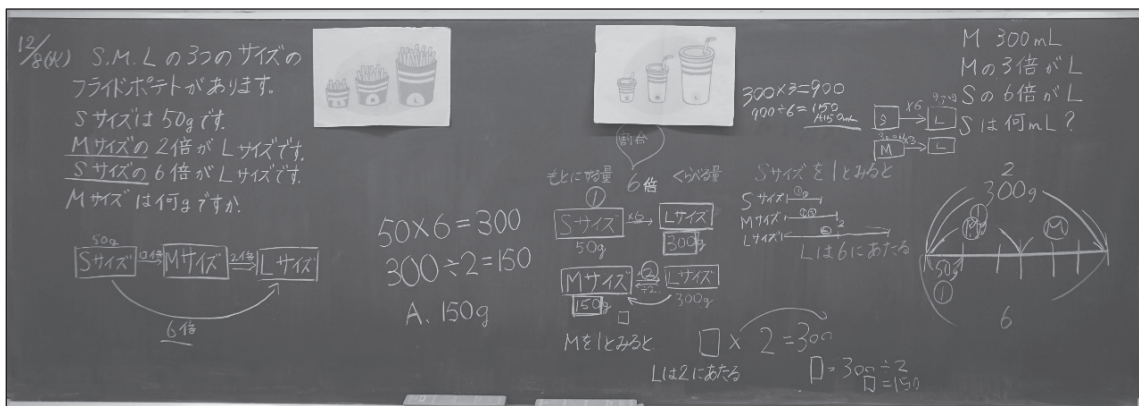
3. 第5学年での授業実践

本稿において第4学年で実践した授業を、調査的に第5学年でも実践した。第4学年の生徒と第5学年の生徒の「倍で比べる」ときの図や説明の仕方を比較したいと考えたからだ。授業実施の時期は、第5学年「割合」の導入として扱うために12月とし、指導と評価の計画(表1)の第1時から第3時までの学習内容を2時間で行った。その結果、第5学年の生徒は、「小数のかけ算」「小数のわり算」での学習の中で割合を使って計算することが既習となっていたことから、関係図を使って考える生徒が多かった。また、関係図と式とを結び付けて説明することができていた。2時間という短い導入ではあったが、「割合」について確認できたことや「もとの大きさを1とみる」ということを丁寧に学習することは、第5学年での「割合」の導入として有効であったと考える。

<第5学年 1時間目板書>



<第5学年 2時間目板書>



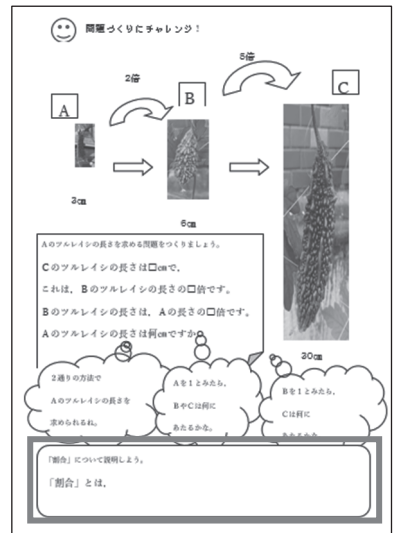
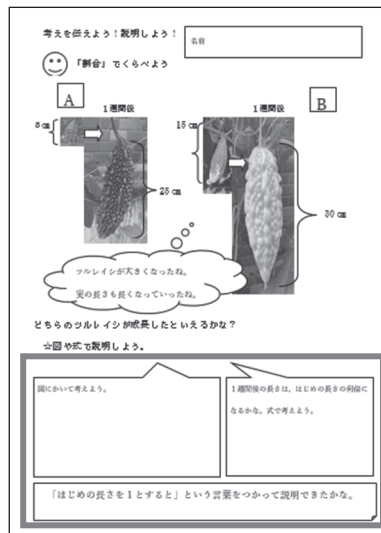
4. 事後アンケート

(1) 対象と内容

全5時間の授業後、4年生1クラス(31名)を対象に、アンケート(右図)を実施した。1時間目に扱った「どちらが成長したといえるか」を「割合」を使って解決する問題である。要した時間は10分程度である。

(2) 目的と分析方法

アンケートの目的は、本授業実践を通して、図と式と言葉で説明することがどのように定着したのか確認することである。実施後に著者2人で子どもの記述内容を確認し合い、そこで用いられた子どもの思考の様相について検討した。



Ⅲ. 考察

1. 図に表して考えることのよさ

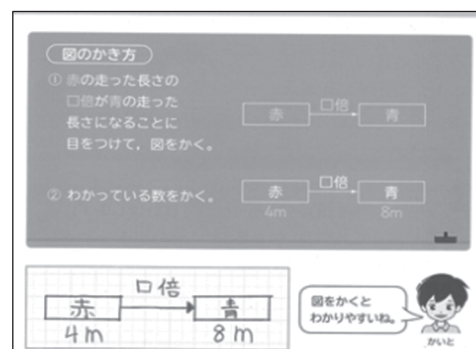
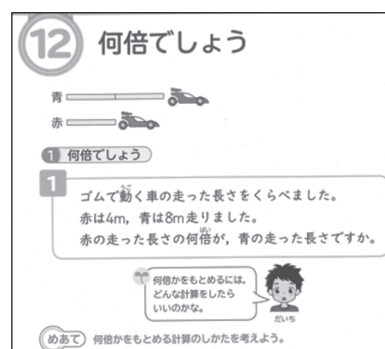
- (1) 事後アンケートにおいて、ゴーヤ（紙面上は理科の表記でのツルレイシに統一）の成長について「割合」を使って比べる問題では、関係図で考えた生徒が13人、線分図で考えた生徒が15人、表や言葉で考えた生徒が3人だった。関係図で考えた生徒は、何の何倍の関係を捉えて表し、倍にあたる数で比べることができている。線分図で考えた生徒は、どの生徒も「もとにする大きさ」を1とみて、もう一方の大きさが何にあたるかを表していた。また、「倍」という言葉で表している生徒もいた。このことから、「割合」を使って比べる問題について、「倍で比べる」ことが理解できていると共に、もとの大きさを1と表すことでもう一方の大きさが何にあたるかを量的に表すことも生徒にとっては比べやすいことがわかった。そして、「2つの関係を表す図」と生徒なりの「量を表す図」を合わせて学習することで理解が深まっていると考える。
- (2) また、どの生徒も、式で求めた数から、「緑のツルレイシの方が成長したといえる」と答えることができていた。「関係図」と「もとの大きさを1とみるともう一方の大きさが何にあたるかを表す図」で考えることで、生徒は式に結び付けることができる。さらにその式で求めた数について、「倍」を表していることや「もとの大きさを1とみたときのもう一方の大きさ」を表していることがしっかり理解できていると考える。したがって、「割合」をわり算を用いて求める際には図に表して考えることが大切であると考える。

2. もとの大きさを1とみる考え方の深まり

本授業実践において図と式とを結びつけながら考えることを重視したことで、「もとの大きさの何倍になっているかで比べる」方法・手段の理解がよくなった。のちに学習した「小数のかけ算やわり算」の単元の中の「何倍かを表す数」が小数になる場合のときにも、関係図と量を表す図を用いて「もとにする大きさを1」と表すことで、倍を表す数を求めることができた。さらに、問題文から「関係図」に表し整理する生徒が増えてきており、何をもとの大きさ1とみているか、もとの大きさ1に対してもう一方の量がどれだけになるかを図に表していた。これらは、第5学年での「割合」の学習に円滑につながるために有効であると考える。

3. 「何の何倍か」を意識した系統的な学習の必要性

今回の授業実践や事後アンケートの分析を通して、「何の何倍か」を意識した系統的な学習の必要性が示唆された。第3学年「何倍でしょう」の学習では、2つの量とその関係を表す図として「関係図」を指導する（右図：第3学年「何倍でしょう」の教科書ページ（清水ほか、2020a、14-18））。第2学年で扱っている「4mの2倍は何mか」というかけ算の問題を、第3学年ではわり算を用いて何倍にあたる数を求める。この問題では、「赤い車が走った長さ」の何倍かが「青い車が走った長さ」になることを丁寧に指導したい。第4学年「割合」の指導で、「倍でくらべる」「もとの大きさを1とみる」「図に表す」ことにつなげるために、第3学年「何倍でしょう」の学習で、子どもたちが「何の何倍」をしっかりと意識できるように授業を進めていくことが大切になる。「何倍になるかを考えて」の問題では、「赤い車4m」の2倍が「青い車」、「青い車」の3倍が「黄色い車」という3つの量の関係を整理して、「黄色い車」の走った距離を求める。この学習でも、「関係図」だけで説明するのではなく、「赤い車4m」のいくつ分になるかについても図をもとに話し合うことが必要であると考える。そのことによって、「赤を1とみる」と「黄色は6にあたる」という考えにつながる。この第3学年「何倍でしょう」の学習にあたって、第4学年「割合」とのつながりを考え、「何の何倍」を意識できる問題提示をしたり、生徒が図を用いて考える時間を大切にしたりすることが重要だと考える。



IV. おわりに

第4学年「割合」の学習で、「倍で比べる」活動を多く経験できるように、また、「もとにする大きさを1とみる」ことを生徒の思考から引き出せるように授業実践を行うことで、「何の何倍」という数量の関係を明確にすることができたと考える。関係図だけでなく、量を表す図も合わせて扱い、「もとの大きさを1とみる」ことを意識づけることで、「割合」を使って考えることができた。系統的な学習を意識し、単元を通して生徒が図を用いて数量の関係を表し整理する時間を大切にしながら、何をもとの大きさとみているかを明確にして話し合い活動を進めていくことが重要であると考えた。

「倍で比べる」活動を多く取り入れていくことに重きをおき、生徒の身近なものを教材として扱ったが、「差で比べる」と「倍で比べる」ことの適切性を話し合ったり、「割合の意味」について考えたりできる教材も考えていきたい。また、比例関係が簡単に認められる素材の選定も考えていく必要があると感じた。低学年からの「割合」につながる数学的な考え方の素地の指導を大切に、系統立てて学習を進めていけるように、今後もさらに教材研究を深めていきたい。

付記

本稿は、「上田美智穂・竹間光宏（2021）「4年生で割合を学習する意義—「倍でくらべる」から「割合の意味」へ—」, 京都教育大学『教職キャリア高度化センター教育実践研究紀要』, 3, 181-190.」での研究成果を踏まえた授業実践記録とその分析・考察である。さらに、「竹間光宏・上田美智穂（2021）「第4学年における割合指導に関する一考察」, 日本数学教育学会『第103回全国算数・数学教育研究（埼玉）大会 大会発表要旨集』, 145.」での口頭発表を経てまとめたものである。

引用・参考文献

- 竹間光宏・上田美智穂（2021）「第4学年における割合指導に関する一考察」, 日本数学教育学会『第103回全国算数・数学教育研究（埼玉）大会 大会発表要旨集』, 145.
- 加固希支男（2021）「第4学年「簡単な場合についての割合」の導入指導の一考察—倍で表す方法の理解とよさの感得を目指して—」, 日本数学教育学会誌『算数教育』, 103(6), 3-12.
- 熊倉啓之・國宗進・松元新一郎・早川健・近藤裕（2020）「中学校・高等学校における割合指導に関する研究」, 『静岡大学教育実践総合センター紀要』, 30, 49-58.
- 文部科学省（2017）『小学校学習指導要領（平成29年告示）解説 算数編』.
- 大野桂（2019）「14 簡単な割合」, 筑波大学附属小学校算数教育研究部編著『初等教育学算数科基礎基本講座』, 東洋館出版社, 116-117.
- 清水静海ほか（2020a）『わくわく算数3下』, 啓林館.
- 清水静海ほか（2020b）『わくわく算数4上』, 啓林館.
- 清水静海ほか（2020c）『わくわく算数4上 指導書 第2部詳説』, 啓林館.
- 上田美智穂・竹間光宏（2021）「4年生で割合を学習する意義—「倍でくらべる」から「割合の意味」へ—」, 京都教育大学『教職キャリア高度化センター教育実践研究紀要』, 3, 181-190.